

### 算法基础

第九次作业 (DDL: 2026 年 1 月 18 日 23:59)

解答过程中请写出必要的计算和证明过程

**Q1.**(30 分) 对字母表  $\Sigma = \{a, b, c\}$ , 模式  $P = ababcabababc$ ,

1. 画出  $P$  对应的字符串匹配自动机的状态转换图。
2. 计算  $P$  的前缀函数  $\pi$ 。

**Q2.**(30 分) 定义一个字符串  $s_1, s_2, \dots, s_n$  的循环变换为  $s_2, s_3, \dots, s_n, s_1$ 。给的两个字符串  $P_1, P_2$ , 给出  $O(n)$  的算法确定  $P_2$  是否可以通过对  $P_1$  进行若干次循环变换得到。

**Q3.**(20 分) 证明子图同构问题是 NP 完全的。

note. 子图同构问题: 取两个无向图  $G_1$  和  $G_2$ , 要回答  $G_1$  是否与  $G_2$  的一个子图同构。

**Q4.**(20 分) 将 3-SAT 问题归约到独立集问题。

note. 3-SAT 问题: 输入一个合取范式形式的命题公式  $\Phi$ , 其中每个子句恰好包含 3 个文字,  $\Phi$  是否可满足?

独立集问题: 输入一个图  $G$  和一个整数  $k$ , 图  $G$  是否存在一个大小至少为  $k$  的独立集?